Au brevet

I

On considère l'expression suivante :
$C = (x-2)(3x-5) + 9x^2 - 25$

1°) Développer et réduire C.

2°) Factoriser $9x^2 - 25$. En déduire une factorisation de C.

3°) Calculer C pour $x = -2$, pour $x = \sqrt{2}$ et pour $x = 2\sqrt{3} - 1$.

4°) Résoudre l'équation : $(3x-5)(4x+3) = 0$.

II

On considère l'expression suivante :
$F = (2x-5)^2 - (3x+1)^2$.

1°) Développer F.

2°) Factoriser F.

3°) Calculer F pour $x = -3$ et $x = \dfrac{3}{2}$.

III

On considère l'expression
$E = (3x-5)^2 - (3x-5)(x+2)$.

1°) Développer et réduire E.

2°) Calculer E pour $x = -\dfrac{1}{2}$ et pour $x = \sqrt{2}$.

3°) Factoriser E.

4°) Résoudre l'équation $(3x-5)(2x-7) = 0$.

IV On donne $E = (2x+3)^2 - 16$

1°) Montrer que E peut s'écrire $E = 4x^2 + 12x - 7$.

2°) Calculer E pour $x = 2$; $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1 - \sqrt{2}$.

3°) Factoriser E.

4°) Résoudre l'équation : $(2x+7)(2x-1) = 0$.

V Soit : $A = (3x-2)(4-x) - (4-x)(2x+1)$

$B = 4x^2 - 4x + 1$

$C = (2x-5)^2 + (3x-2)(2x-5)$

$D = (5-x)^2 - (2x+2)^2$.

1°) Développer A, B et D.

2°)Factoriser A, B, C et D.

VI 1°) Factoriser $A = 25x^2 - 4$.

2°) En déduire une factorisation de
$B = 25x^2 - 4 - (5x+2)(x-1)$.

VII 1°) Développer et réduire :
$D = (a+5)^2 - (a-5)^2$.

2°) On pose $E = (10005)^2 - (9995)^2$.

Sans utiliser la calculatrice, déterminer la valeur de E.

VIII Soit $H = (5x-4)^2 - 49$
$I = (2x-3)^2 - 2(2x-3)(2x+3)$
$J = 49x^2 + 28x + 4$.

a) Développer I.

b) Factoriser H, I et J.

c) Calculer I pour $x = -1$ puis pour $x = \sqrt{2}$.

IX Soit $K = (3x-2)^2 - (x+4)^2$.

a) Développer K.

b) Factoriser K.

c) Calculer K pour $x = -\frac{2}{3}$ puis pour $x = -\sqrt{3}$.

d) Calculer $(2\sqrt{2} - 3)^2$.

En déduire K pour $x = (2\sqrt{2} - 3)^2$.

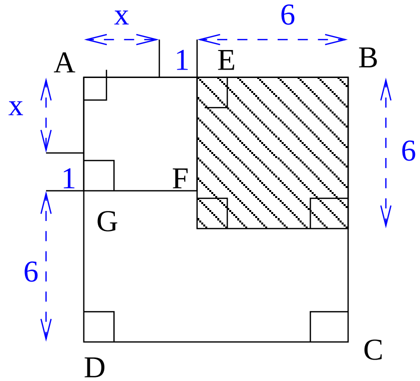
X
1°) Factoriser les expressions suivantes :

$E = (x+7)^2 - 36$

$F = 4x^2 + 8x + 4$

$G = (x+13)(x+1) - 4(x+1)^2$

2°) Dans cette question, x désigne un nombre positif.
Après avoir observé la figure ci-contre :



a) Exprimer en fonction de x l'aire A de la partie non hachurée dans le carré ABCD.

b) Pour quelle valeur de x l'aire A est-t-elle égale à quatre fois l'aire du carré AEFG ?

Devoir n° 1

I Donner l'écriture fractionnaire la plus simple de a et de b avec

$a = \frac{7}{5} - (\frac{7}{11} : \frac{5}{3})$ et $b = (1 + \frac{4}{5}) \times 5.$

II Donner l'écriture décimale de $C = (-2,5 \times 10^{175}) \times (-3,7 \times 10^{-177}).$

III Factoriser :
$D = (3x+5)^2 + (3x+5)(2x+8)$

$E = 25x^2 + 20x + 4$

$F = (x-1)^2 - (4-3x)^2$
.

IV Développer $F = 25(x+2)^2 - 16(4-2x)^2.$

V Résoudre l'équation : $(3x-2)(6x+5) = 0$

VI On donne deux nombres $A = 2 + \sqrt{6}$ et $B = 1 - \sqrt{6}.$

Calculer A^2, B^2, $A \times B$ et $\frac{A}{B}.$

Devoir n° 2

I Factoriser les expressions suivantes :

A $=(3x+2)(5x-2) + (3x+2)(x-8)$

B $=49x^2 + 56x + 16$

C $=4x^2 - 8x + 4 - (2x-2)(-3x+9)$

II Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

D $= (4x+3)^2$;

E $= (5x-6)^2$;

F $=(2x+8)(2x-8)$;

G $=(x-6)^2$.

III On donne H $=4x^2 - 9 + (2x+3)(x-1)$

Factoriser $4x^2 - 9$.

En utilisant la question précédente, factoriser H.

Développer et réduire H.

Calculer la valeur de H pour x = 2.

IV Soit ABC un triangle tel que AB= 10,4 cm, AC= 9,6 cm et BC= 4 cm.

a) Faire la figure qui sera complétée au fur et à mesure.

b) Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

c) Soit D le point du segment [AB] tel que AD=7,8 cm. Le cercle C de diamètre [AD] coupe le segment [AC] en E.

Préciser la nature du triangle AED. Justifier.

d) Démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

1 Calculer :

$a = (\sqrt{3})^2$ $b = \sqrt{11^2}$

$c = \sqrt{81}$ $d = \sqrt{8}$

$e = \sqrt{50}$ $f = \sqrt{12}$

$g = \sqrt{45}$ $h = \sqrt{360}$

$i = 5\sqrt{98}$ $j = \sqrt{3} \times \sqrt{12}$

$k = \sqrt{12} \times \sqrt{15}$ $l = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{40}$

$m = \sqrt{\dfrac{3}{4}}$ $n = \sqrt{\dfrac{45}{63}}$

$p = \sqrt{\dfrac{10}{16}} \times \sqrt{\dfrac{32}{45}}$

2 Calculer :

$a = 3\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{18}$

$b = 4\sqrt{27} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$

3 Calculer :

$a = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{3}$

$b = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

$c = 5\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{3}$

$d = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

$e = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}$

$f = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{3}$

$g = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{3}$

$h = \sqrt{3} \times 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$

$i = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{5} + 3\sqrt{5}$

$j = (\sqrt{5})^2$

$k = (3\sqrt{2})^2$

$l = (5\sqrt{3})^2$

4 Développer les expressions suivantes :

$a = (\sqrt{2} + 1)(2 - \sqrt{3})$

$b = (3\sqrt{2} - 2)(5\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$c = (3\sqrt{2} + 5\sqrt{5})(5\sqrt{2} + 3\sqrt{5})$

$d = (\sqrt{2} + 1)^2$

$e = (3\sqrt{2} - 2)^2$

$f = (3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$

$g = (\sqrt{3} - 2)^2$

$h = (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^2$

$i = (2\sqrt{5} + \sqrt{3})(2\sqrt{5} - \sqrt{3})$

5 Ecrire sans radical au dénominateur :

$a = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ $b = \dfrac{5}{\sqrt{5}}$ $c = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ $d = \dfrac{\sqrt{8}}{2\sqrt{5}}$

6 Résoudre les équations suivantes :

$x^2 = 9$ $x^2 = -5$ $3x^2 - 27 = 0$

$x^2 = 2$ $x^2 - 5 = 0$ $2x^2 + 12 = 0$

7 Calculer a^2 et b^2 puis comparer a et b.

1°) a=5 et b=$2\sqrt{6}$

2°) a=$6\sqrt{6}$ et $b = 2\sqrt{5}$.

8 Soit A=$2x^2 - 3x + 1$.

Calculer A pour : x=0 ; x=-2 ; x=$\sqrt{2}$ et x=$1 - 2\sqrt{3}$.

Au brevet

9 Ecrire plus simplement :

$$a = \sqrt{9 \times 25 \times 4 \times 3}$$

$$b = \sqrt{3 \times 2 \times 5 \times 3 \times 2 \times 5 \times 5}$$

$$c = \sqrt{45} \times \sqrt{105}$$

$$d = 5\sqrt{8} \times (-2\sqrt{12})$$

$$e = \frac{3\sqrt{5} \times 2\sqrt{45}}{4\sqrt{8} \times 3\sqrt{32}}$$

$$f = \sqrt{\frac{27}{8}} \times \sqrt{\frac{4}{81}}$$

10 Un carré a une aire de 24 cm^2.

1°) Exprimer le côté c de ce carré sous la forme $a\sqrt{b}$.

2°) Donner les valeurs approchées de c à 10^{-2} près par défaut et par excès.

11 1°) Ecrire le nombre suivant sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier :

$C = 2\sqrt{48} - \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$

2°) Est-ce que les nombres A et B sont égaux ?
$A = (\sqrt{2} + 1)^2 - 4$ et
$B = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 3)$.

12 Ecrire les nombres suivants sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a,b et c sont des entiers :

$E = 2\sqrt{16} - 6\sqrt{7} - \sqrt{63} - \sqrt{700}$

$F = (2\sqrt{3} + 1)^2 - (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)$

13 a) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers :

$A = \sqrt{1000}$ $= \sqrt{10^9}$ $C = \sqrt{5^4 \times 2^3}$

b) Ecrire sans radical :

$D = \sqrt{1000000}$ $E = \sqrt{0,25}$ $F = \sqrt{\frac{16}{25}}$

14 Soit a= $2 - \sqrt{7}$ et b= $2 + \sqrt{7}$

Calculer a+b ; a-b ; ab et b^2.

15 Calculer :

$a = \sqrt{2} + \sqrt{2}$ $b = \sqrt{8}$

$c = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $d = \frac{2}{\sqrt{2}}$

$e = \sqrt{50} - \sqrt{18}$ $f = \sqrt{\frac{200}{5}}$

$g = (\sqrt{2} + 1)^2 - (\sqrt{5} - 1)^2$ $h = \sqrt{2 + 2}$

16 Simplifier les écritures :

$a = (\sqrt{17})^2$ $b = \sqrt{\frac{27}{12}}$ $c = \sqrt{20} \times \sqrt{5}$

$d = \sqrt{75}$ $e = (3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + 6\sqrt{6}$

17

$a = \sqrt{49}$ $b = \sqrt{125}$

$c = \sqrt{0,04}$ $d = \sqrt{21} \times \sqrt{84}$

$e = \sqrt{16} + \sqrt{25}$ $f = \frac{36}{48}$

$g = 5\sqrt{200} \times \sqrt{\frac{27}{13}} \times \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{26}}}$ $h = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{45} + 2\sqrt{20}$

$i = 3\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{15}$

18 On donne l'expression :

$A = (x - 2)^2 - 3x + 5$

1°) Développer et réduire A.

2°) Calculer A pour $x = -5$; $x = \sqrt{3}$ et $x = 1 - 2\sqrt{2}$

19 Calculer :

$a = \sqrt{100 - 36}$ $b = \sqrt{100} - \sqrt{36}$

$c = (3\sqrt{2})^2 + 5^2$ $d = (3\sqrt{2} + 5)^2$

20 Simplifier les expressions suivantes :

$A = \sqrt{2}(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$

$B = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{75} + 2\sqrt{3}$

32 En France, à la fin de l'année 1991, il y avait 2,6 millions de répondeurs téléphoniques.

Sachant que le marché augmente de 15 % par an, combien y en avait-il à la fin de 1992 ?

33 Le rectangle ABCD de la Figure n°4 a 7 cm de longueur et 3 cm de largeur.

Le segment [ED] mesure 3 cm.

La droite (DA) coupe le demi-cercle de diamètre [EC] en F.

On appelle x la longueur en cm du segment [FD].

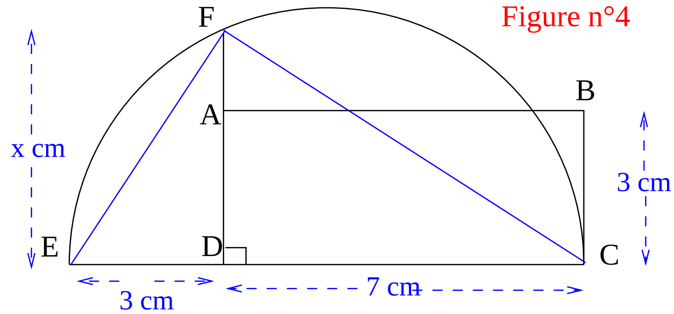
a) Calculer l'aire du rectangle ABCD.

b) Démontrer que le triangle EFC est rectangle en F.

c) Exprimer EF^2 et FC^2 en fonction de x.

d) Montrer que $x^2=21$.

e) En conclure qu'un carré de côté FD a la même aire que le rectangle ABCD.

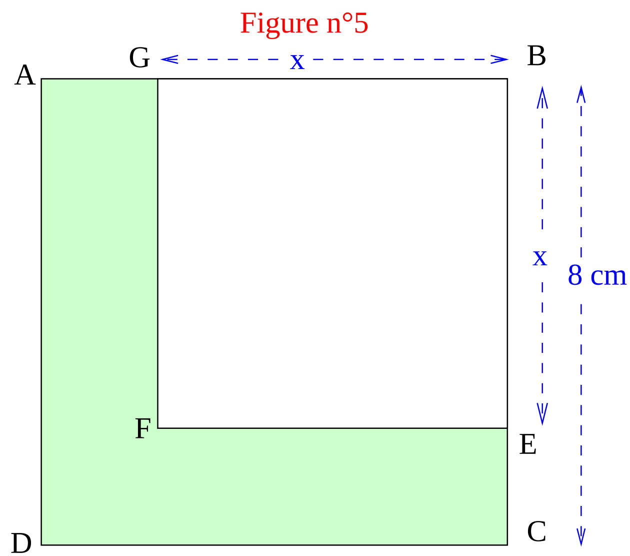


34 Le carré ABCD de la Figure 5 a pour côté 8 cm.

On découpe dans un angle le carré BEFG de côté x (en cm).

1°) Déterminer par le calcul, la valeur de x pour laquelle l'aire de BEFG est égale au quart de l'aire de ABCD.

2°) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de BEFG est égale à l'aire de la figure en vert. On en donnera une valeur approchée au dixième.



Inéquations

35 Résoudre les inéquations suivantes et représenter graphiquement les solutions.

$4x \leq 8$

$-5x \geq 10$

$-2x + 11 < 5x + 31$

$8x \geq 15 - 2x$

$x - \dfrac{x}{4} > \dfrac{2x-3}{3}$

$\dfrac{3x-2}{6} - \dfrac{x+1}{2} > 2 - \dfrac{1}{3}(5x-1)$

36 Soit l'inéquation : $-2x + 5 > 0$

1°) Sans résoudre l'inéquation, répondre aux questions suivantes :

- -10 est-il solution ?
- -4 est-il solution ?
- 5 est-il solution ?

2°) Résoudre l'inéquation : $-2x + 5 > 0$.

3°) Représenter sur un axe l'ensemble des solutions.

4°) Placer sur cet axe les points d'abscisse -10 ; -4 et 5.

37 Résoudre les systèmes d'inéquations suivant et représenter sur un axe l'ensemble des solutions.

$$\begin{cases} 3x + 5 \leq 17 \\ 3 - 4x \leq 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{5x}{12} - \dfrac{3}{4} \leq \dfrac{17x-5}{18} + \dfrac{1}{9} \\ 3(8x-3) - 5(3x+1) \geq 9(x-4) \end{cases}$$

38 1°) Résoudre l'inéquation :

$$\frac{3x}{4} - \frac{7-6x}{14} + \frac{1}{2} - \frac{6+15x}{21} \geq x$$

2°) Quel est le plus grand entier solution de cette inéquation ?

39 La somme de quatre entiers consécutifs est plus grande que 1939 et plus petite que 1945.

Trouver ces quatre entiers.

40 Un terrain rectangulaire a un périmètre de 115 m.

Calculer sa longueur sachant qu'elle est supérieure de 8 m à sa largeur.

41 1°) Soit l'inéquation $1 - 5x \leq 21$.

Soit les nombres 0 ; -7 ; 4 et -4.

Entourer ceux qui sont solution de l'inéquation.

2°) Résoudre l'inéquation $3x - 2 \geq x - 4$.

Représenter graphiquement les solutions de cette inéquation.

42 Soit A=$\dfrac{3x-2}{4}$

1°) Calculer A pour x=$\dfrac{7}{3}$.

2°) Le nombre $\dfrac{7}{3}$ est-il solutionde l'inéquation $\dfrac{3x-2}{4} < 2$.

3°) Résoudre l'inéquation $\dfrac{3x-2}{4} < 2$.