Exercice 1

On lance trois fois de suite un dé cubique équilibré.

Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où l'on obtient 6.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Montrer que $P(X = 1) = \frac{25}{72}$.
3. Déterminer la loi de probabilité de X .
4. Calculer son espérance.

Exercice 2

Alice dispose d'un dé tétraédrique qui détermine de façon équiprobable un nombre parmi 1, 2, 3 et 4.

Bob dispose d'un dé octaédrique qui détermine de façon équiprobable un nombre parmi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8.

Si le dé d'Alice indique un numéro strictement supérieur à celui de Bob, Bob donne 12 euros à Alice. Si les numéros indiqués sont les mêmes la partie est nulle.

Si le dé d'Alice indique un numéro strictement inférieur à celui de Bob, Alice donne 3 euros à Bob.

Soit X la variable aléatoire qui donne le gain algébrique d'Alice.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. A l'aide d'un tableau, déterminer la loi de probabilité de X .
3. Calculer $E(X)$. Le jeu est-il équitable ?
4. On remplace les 12 euros par a euros. Quelle valeur faut-il donner à a pour que le jeu soit équitable ?

Exercice 3

- a. Sachant que $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ et que $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$, calculer $\cos \alpha$.
- b. Résoudre : 1. $\cos 3x = 0$ 2. $\sqrt{2} \sin x = 1$ 3. $\cos 2x = -\sin x$

Exercice 4

- a. Montrer que, pour tout x , $\sin x + \sin \left(x + \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(x + \frac{4\pi}{3} \right) = 0$.
- b. Résoudre : $\sin 5x \cos x - \cos 5x \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 5

On considère un carré direct $ABCD$. On construit les triangles ABE et BFC équilatéraux directs.

1. Faire une figure et déterminer les mesures des angles orientés $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$ et $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CF})$.
2. Quelle est la nature du triangle AED . On déduit la mesure principale de $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DE})$, puis celle de $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC})$.
3. Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{DC})$, en déduire que les points D , E et F sont alignés.